

Kalkulus 1. Mintateszt

Kitöltési útmutató

- (a) A tesztet nyomtassa ki, kitöltésére pedig nyugodt körülmények között szánjon 2 órát.
- (b) A feleletválasztós teszt kitöltése során először gondosan olvassa el a kérdések és a feladatok szövegét. A feladatok mindegyike megoldható a Kalkulus 1. tantárgy keretében elsajátított tananyagból. A feladatok nem egyforma nehézségűek.
- (c) Ha eldöntötte és kiválasztotta a helyes választ, akkor annak betűjelét jól olvasható módon írja az alábbi táblázatba a feladat sorszámára mellé. Csak a táblázatba beírt válaszok számítanak, a kérdések vagy a feladatok mellé írt betűket, válaszokat a javítás során figyelmen kívül hagyjuk.
- (d) Minden kérdésre pontosan egy (A), (B), (C), vagy (D) jelű megadott válasz a helyes, ezért minden kérdés sorszámára mellett legfeljebb egy betű szerepeljen. Két, vagy több betű beírása hibás válasznak minősül.
- (e) Minden helyes válaszáért 3, minden megválaszolatlanul hagyott kérdésért 0 és minden hibás válaszáért -1 pont jár. Ezért a kitöltés során ne tippeljen, egy kérdésre csak akkor válaszoljon, ha biztos a helyes válaszban. Így mind a 20 kérdés helyes megválaszolásával összesen 60 pontot szerezhet.
- (f) A mintateszt megoldásait az utolsó oldalon találja. A teszt kitöltésének befejezése előtt ne nézze meg ezeket a megoldásokat! A gyakorlás befejezése után viszon ezeket vesse össze az eredményeivel és állapítsa meg, hogy milyen tananyagrészből vannak még hiányosságai.
- (g) A mintateszt megoldásait és azok indoklását, magyarázatát a 2008. január 8-i vizsgát megelőző napon, január 7-én délután 17:00-tól az M419-es teremben egy vizsgakonzultáció keretében bemutatjuk. Sikeres felkészülése érdekében jöjjön el erre a konzultációra, itt esetleges kérdéseit is felteheti!

Válaszok

Feladat	Válasz	Feladat	Válasz
1.		2.	
3.		4.	
5.		6.	
7.		8.	
9.		10.	
11.		12.	
13.		14.	
15.		16.	
17.		18.	
19.		20.	

A válaszok értékelése

	Gyakorlat	Helyes:	Hibás:	Nem válaszolt:	Összesen
Pontszám					

Kérdések

1. Az alábbi egyenlőségek közül melyik **nem** teljesül minden valós x -re:

(A) $\sqrt{x^4} = |x|^2$

(B) $\sqrt{x^2} = |x|$

(C) $\sqrt[3]{x^3} = |x|$

(D) $\sqrt[3]{x^6} = |x|^2$

2. Az alábbi állítások közül melyik **nem** igaz:

(A) Van olyan $x \in [0, \infty[$ és van olyan $y \in [0, \infty[$, hogy $\sqrt{x+y} = \sqrt{x} + \sqrt{y}$.

(B) Van olyan $x \in [0, \infty[$, hogy minden $y \in [0, \infty[$ esetén $\sqrt{x+y} = \sqrt{x} + \sqrt{y}$.

(C) Minden $x \in [0, \infty[$ esetén van olyan $y \in [0, \infty[$, hogy $\sqrt{x+y} = \sqrt{x} + \sqrt{y}$.

(D) Minden $x \in [0, \infty[$ és minden $y \in [0, \infty[$ esetén $\sqrt{x+y} = \sqrt{x} + \sqrt{y}$.

3. Melyik helyes az alábbi egyenlőségek közül:

(A) $\bigcap_{n=1}^{\infty}]0, \frac{1}{n}[= \{0\}$

(B) $\bigcap_{n=1}^{\infty}]0, \frac{1}{n}] = \{0\}$

(C) $\bigcap_{n=1}^{\infty}]0, \frac{1}{n}] = \emptyset$

(D) $\bigcap_{n=1}^{\infty} [0, \frac{1}{n}] = \emptyset$

4. Melyik igaz az alábbi állítások közül:

(A) Minden korlátos valós számsorozat konvergens.

(B) Minden korlátos és monoton valós számsorozat konvergens.

(C) Minden konvergens valós számsorozat monoton és korlátos.

(D) Minden monoton valós számsorozat korlátos.

5. Melyik igaz az alábbi állítások közül:

(A) Minden konvergens valós számsorozat minden részsorozata Cauchy-sorozat.

(B) Minden monoton valós számsorozat Cauchy-sorozat.

(C) Minden Cauchy-sorozat korlátos és monoton.

(D) Van olyan Cauchy-sorozat, amely nemkorlátos.

6. Melyik igaz az alábbi állítások közül:

(A) Ha $(x_n + y_n)$ konvergens valós számsorozat, akkor (x_n) és (y_n) is az.

(B) Ha $(x_n y_n)$ konvergens valós számsorozat, akkor (x_n) és (y_n) is az.

(C) Ha $(x_n y_n)$ és (x_n) konvergens valós számsorozatok, akkor (y_n) is az.

(D) Ha $(x_n + y_n)$ és (x_n) konvergens valós számsorozatok, akkor (y_n) is az.

7. Mivel egyenlő a $\lim_{n \rightarrow \infty} (\sqrt{n^2 + 2n} - n)$ határérték?

(A) 0

(B) $\frac{1}{2}$

(C) 1

(D) $+\infty$

8. Melyik a helyes az alábbi állítások közül?

(A) Ha a $\sum x_n$ sor konvergens akkor a $\sum |x_n|$ sor is.

(B) Ha a $\sum |x_n|$ sor konvergens akkor a $\sum x_n$ sor is.

(C) Ha a $\sum (-1)^n x_n$ sor konvergens akkor a $\sum x_n$ sor is.

(D) Ha a $\sum (-1)^n |x_n|$ sor konvergens akkor a $\sum x_n$ sor is.

9. Az alábbi feltételek melyikéből következik a $\sum x_n$ pozitív tagú sor konvergenciája?

(A) $\lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt[n]{x_n} = 0$

(B) $\lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt[n]{n} x_n = 0$

(C) $\lim_{n \rightarrow \infty} x_n = 0$

(D) $\lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt{x_n} = 0$

10. Az alábbi sorok közül melyik konvergens?

(A) $\sum \frac{n}{10n + 99}$

(B) $\sum \sqrt[n]{\frac{1}{2}}$

(C) $\sum \frac{n!}{5^n}$

(D) $\sum \frac{n!}{(2n)!}$

11. Számítsa ki a $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3^n}{n!}$ sor összegét:
 (A) $\cosh(3) - 1$ (B) $e^3 + 1$ (C) $e^3 - 1$ (D) $\cosh(3) + 1$
12. Mennyi a $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{x^n}{\sqrt{n+12^n}}$ hatványsor konvergenciasugara?
 (A) 0 (B) 1 (C) 2 (D) 4
13. Mivel egyenlő a $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^2 + 2x + 1}{x^2 - 1}$ határérték?
 (A) -1 (B) 0 (C) 1 (D) 2
14. Legyen $f : [0, 5] \rightarrow \mathbb{R}$ egy folytonos függvény. Tegyük fel, hogy $f(0) < f(3) < f(4) < 0 < f(5) < f(2) < f(1)$, és legyen k a legkisebb olyan egész szám, hogy f -nek biztosan van legalább k zéróhelye $[0, 5]$ -ben. Ekkor:
 (A) $k = 1$ (B) $k = 2$ (C) $k = 3$ (D) $k = 4$
15. Legyen $f : [0, 5] \rightarrow \mathbb{R}$ egy folytonos függvény. Tegyük fel, hogy $f(0) < f(3) < f(4) < 0 < f(5) < f(2) < f(1)$. Ekkor f -nek biztosan van legalább egy lokális maximumhelye az I zárt intervallumban, ahol I :
 (A) $[1, 3]$ (B) $[0, 2]$ (C) $[2, 3]$ (D) $[3, 4]$
16. Az $f(x) = x^2 \sin^2(x)$ függvény deriváltja:
 (A) $x \sin^2(x) + 2x^2 \sin(x) \cos(x)$ (B) $2x \sin^2(x) + x^2 \sin(2x)$
 (C) $2x \sin^2(2x) + 2x^2 \sin(x) \cos(x)$ (D) $2x \sin^2(x) + x^2 \sin(x) \cos(x)$
17. Az $f(x) = \sqrt[3]{3x+1}$ függvény második deriváltja:
 (A) $\frac{-2}{9\sqrt[3]{(3x+1)^5}}$ (B) $\frac{-2}{3\sqrt[3]{(3x+1)^5}}$ (C) $\frac{2}{\sqrt[3]{(3x+1)^5}}$ (D) $\frac{-2}{\sqrt[3]{(3x+1)^5}}$
18. Legyen $f(x) = \frac{1}{x^4}$, ha $x \neq 0$ valós szám. Ekkor melyik helyes az alábbi állítások közül:
 (A) f monoton növekvő a $] -\infty, 0[$ és a $]0, +\infty[$ intervallumokon.
 (B) f monoton csökkenő a $] -\infty, 0[$ intervallumon és monoton növekvő a $]0, +\infty[$ intervallumon.
 (C) f monoton csökkenő a $] -\infty, 0[$ a $]0, +\infty[$ intervallumokon.
 (D) f monoton növekvő a $] -\infty, 0[$ intervallumon és monoton csökkenő a $]0, +\infty[$ intervallumon.
19. Legyen $f(x) = \frac{1}{x^4}$, ha $x \neq 0$ valós szám. Ekkor melyik helyes az alábbi állítások közül:
 (A) f konvex a $] -\infty, 0[$ és $]0, +\infty[$ intervallumokon.
 (B) f konvex a $] -\infty, 0[$ intervallumon és konkáv a $]0, +\infty[$ intervallumon.
 (C) f konkáv a $] -\infty, 0[$ intervallumon és konvex a $]0, +\infty[$ intervallumon.
 (D) f konkáv a $] -\infty, 0[$ és $]0, +\infty[$ intervallumokon.
20. Az $f(x) = \sqrt{x}$ függvény $p = 3$ ponthoz tartozó elsőrendű Taylor-polinomjával a $\sqrt{8}$ számra kapott közelítő érték:
 (A) $\sqrt{8} \approx \frac{17}{6}$ (B) $\sqrt{8} \approx \frac{8}{3}$ (C) $\sqrt{8} \approx \frac{11}{4}$ (D) $\sqrt{8} \approx \frac{5}{2}$

Megoldások

Feladat	Válasz		Feladat	Válasz
1.	C		2.	D
3.	C		4.	B
5.	A		6.	D
7.	C		8.	B
9.	A		10.	D
11.	C		12.	C
13.	B		14.	C
15.	B		16.	B
17.	D		18.	D
19.	A		20.	A